

Міністерство освіти і науки України
Індустріально-педагогічний технікум Конотопського інституту
Сумського державного університету



ПРОГРАМА

співбесіди з математики

на основі базової загальної середньої освіти

Розглянуто і схвалено на засіданні
циклової комісії фізико-математичних
дисциплін та інформатики
Протокол № 6 від 24.02.2020р.
Голова циклової комісії Бараболіков В.М.

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Мета вступного іспиту з математики - оцінити ступінь підготовленості з математики вступників на основі базової загальної середньої освіти з метою конкурсного відбору для навчання у закладі фахової передвищої освіти.

Програма вступного випробування з математики складена на основі чинних програм для загальноосвітніх навчальних закладів, затверджених Міністерством освіти і науки України.

На проведення співбесіди відведено 90 хвилин.

ОСНОВНІ ВИМОГИ ДО ПІДГОТОВКИ ВСТУПНИКІВ

Вступники, які проходять співбесіду повинні:

- Впевнено володіти обчислювальними навичками при виконанні дій з раціональними числами (натуральними, цілими, звичайними і десятковими дробами)
- Уміти виконувати тотожні перетворення основних алгебраїчних виразів (многочленів, дробово-раціональних виразів, які містять степені і корені), тригонометричних виразів.
- Уміти розв'язувати рівняння, нерівності та їх системи першого та другого степенів і ті, що зводяться до них, а також розв'язувати задачі за допомогою рівнянь та їх систем.
- Уміти будувати графіки функцій, передбачених програмою.
- Уміти зображати геометричні фігури і виконувати найпростіші побудови на площині.
- Володіти навичками вимірювання і обчислення довжин, кутів і площ, які використовуються для розв'язання різних практичних задач.
- Уміти застосовувати властивості геометричних фігур при розв'язуванні задач на обчислення та доведення.

Програма з математики містить перелік основних понять алгебри і геометрії, що їх повинні знати вступники; теореми і формули, які треба знати і вміти застосовувати при виконанні завдань співбесіди.

ЗМІСТ ПРОГРАМИ

Алгебра та математика

Числа

Натуральні числа і нуль. Прості і складені числа.

Дільник, кратне. Найбільший спільний дільник. Найменше спільне кратне.

Ознаки подільності на 2, 3, 5, 9, 10. Системи числення.

Цілі числа.

Раціональні числа, їх додавання, віднімання, множення, ділення. Порівняння раціональних чисел.

Дійсні числа, їх запис у вигляді десяткового дробу. Читання, запис та дії з десятковими дробами.

Скінченні і нескінченні. Періодичні і неперіодичні десяткові дробі.

Вимірювання величин. Наближене значення числа. Округлення чисел. Абсолютна і відносна похибки наближеного значення числа. Виконання арифметичних дій над наближеними значеннями чисел.

Основні правила додавання, віднімання, множення, ділення.

Пропорції

Пропорції. Основна властивість пропорції. Розв'язування задач за допомогою пропорцій. Прості і складені задачі.

Алгебраїчні вирази

Звичайні дробі. Порівняння звичайних дробів.

Правильний і неправильний дріб. Цілі та дробова частина числа.

Основна властивість дробу. Дії з дробами.

Скорочення дробу. Середнє арифметичне і геометричне чисел. Основні задачі на дробі.

Поняття про ірраціональні числа.

Зображення чисел на прямій.

Модуль числа, його геометричний зміст.

Числові вирази. Вирази із змінними. Тотожні перетворення раціональних алгебраїчних виразів.

Поняття про пряму та обернено пропорційну залежності між величинами.

Види діаграм.

Формули скороченого множення: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$ та інші.

Степінь числа

Степінь з натуральним показником і його властивості.

Степінь з цілим показником і його властивості.

Стандартний вигляд числа. Перетворення виразів із степенями.

Квадратний корінь

Квадратний корінь. Арифметичний квадратний корінь. Властивості квадратних коренів. Наближене значення квадратного кореня.

Одночлен і многочлен

Одночлен і многочлен. Дії над ними. Многочлен з однією змінною. Корінь многочлена (на прикладі квадратного тричлена).

Степінь многочлена. Додавання, віднімання і множення многочленів. Розкладання многочлена на множники.

Рівняння

Рівняння. Розв'язування рівнянь, корені рівняння. Розв'язування лінійних рівнянь і таких, що зводяться до лінійних.

Рівносильні рівняння. Розв'язування систем двох лінійних рівнянь

Формула коренів квадратного рівняння. Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники.

Зведене квадратне рівняння. Теорема Вієта.

Бікватратні рівняння.

Графік рівняння з двома змінними.

Нерівності

Числові нерівності та їх властивості.

По членне додавання та множення числових нерівностей. Властивості числових нерівностей.

Лінійна нерівність з одним невідомим. Розв'язування нерівностей другого степеня з однією змінною.

Розв'язування раціональних нерівностей, метод інтервалів.

Системи рівнянь і системи нерівностей (раціональні і тригонометричні).
Розв'язування систем.

Корені систем. Рівносильні системи рівнянь.

Прямокутна система координат

Прямокутна система координат на площині. Координати точки (абсциса і ордината).

Формула відстані між двома точками площини, заданими координатами.
Координати середини відрізка.

Функції та графіки

Поняття функції. Способи завдання функції.

Область значень функції.

Перетворення графіків функцій. Графік функції.

Зростання і спадання функції, періодичність, парність, непарність функції.

Графічне розв'язання рівнянь, нерівностей.

Означення і основні властивості функцій: лінійної $y = kx + b$, квадратичної $y = ax^2 + bx + c$, степеневої $y = x^n$ ($n \in Z$) та їх графіки.

Числові послідовності

Арифметична та геометрична прогресії. Формула знаходження n -го члена арифметичної і геометричної прогресій. Формула знаходження суми n перших членів арифметичної і геометричної прогресій.

Формули знаходження n -го члена та суми перших членів прогресій.

Нескінченно спадна геометрична прогресія та її сума.

Теорема про відношення між середнім арифметичним і середнім геометричним.

Геометрія

Будова курсу геометрії

Початкові поняття планіметрії (точка, пряма, промінь, відрізок, ламана, довжина відрізка). Геометричні фігури.

Паралельні та перпендикулярні прямі. Основна властивість паралельних прямих. Властивості точок, рівновіддалених від кінців відрізка. Ознака паралельності прямих. Поняття про аксіоми і теореми. Поняття про обернену

теорему.

Основні властивості найпростіших геометричних фігур

Кут, величина кута. Суміжні і вертикальні кути та їх властивості. Кути, утворені внаслідок перетину прямих, що перетинаються січною, а також при перетині паралельних прямих січною.

Коло і круг. Центр, діаметр, радіус, хорди, січні кола.

Залежність між відрізками в колі. Дотична до кола. Дуга кола. Сектор, сегмент. Довжина кола і довжина дуги кола.

Трикутник. Медіана, бісектриса, висота трикутника, їх властивості. Чотири визначні точки трикутника.

Види трикутників. Співвідношення між сторонами та кутами прямокутного трикутника. Теорема про суму кутів трикутника. Зовнішні кути трикутника.

Ознаки рівності, подібності трикутників, Існування трикутника, рівного даному. Середня лінія трикутників. Теорема Піфагора та наслідки з неї. Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника.

Теорема синусів, косинусів. Значення синуса, косинуса кутів $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$. Основні тригонометричні тотожності.

Центральні і вписані кути, їх властивості. Коло, вписане в трикутник. Коло, описане навколо трикутника. Радіус кола, вписаного навколо трикутника і кола, вписаного в трикутник. Теорема про кут, вписаний в коло. Дотична до кола та її властивості. Вимірювання кута, вписаного в коло.

Величина кута та її властивості. Вимірювання вписаних кутів. Градусна і радіанна міра кута.

Геометричні побудови на площині

Геометричне місце точок. Метод ГМТ.

Декартові координати

Прямокутна система координат на площині. Формула відстані між двома точками площини, заданими координатами, координати середини відрізка.

Графік і рівняння прямої і кола. Довжина відрізка та її властивості. Відстань від точки до прямої.

Вектори

Вектор. Абсолютна величина і напрям вектора. Кут між векторами. Колінеарні вектори. Сума векторів та її властивості. Добуток вектора на число та його властивості.

Розкладання вектора за осями координат і двома не колінеарними векторами. Координати вектора. Скалярний добуток векторів та його властивості. Проекція вектора на осі координат.

Чотирикутники

Чотирикутник, паралелограм, прямокутник, ромб, квадрат, трапеція: їх елементи і основні властивості.

Многокутник

Многокутник. Вершини, сторони, діагоналі многокутника. Правильні многокутники і їх побудова.

Площі плоских фігур

Поняття про площі, основні властивості площ. Теорема про існування і єдність перпендикуляра до прямої. Теорема Фалеса.

Площа трикутника, паралелограма, прямокутника, квадрата, ромба, трапеції. Відношення площ подібних фігур. Формули площ паралелограма, трикутника, трапеції. Формула Герона.

Площа круга та його частин.

Основні теореми і формули

АЛГЕБРА

- 1 Формула n -го члена арифметичної і геометричної прогресій.
- 2 Формула суми n перших членів арифметичної і геометричної прогресій.
- 3 Функція $y = kx$ її властивості і графік.
- 4 Функція $y = kx + b$ її властивості і графік.
- 5 Обернена пропорційність, її властивості та графік.
- 6 Функція $y = x^n$ її властивості і графік.
- 7 Функція $y = ax^2 + bx + c$ її властивості і графік.
- 8 Формули коренів квадратного рівняння.
- 9 Запис квадратного тричлена у вигляді добутку лінійних множників.

10 Формули скороченого множення

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2, (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

11 Розв'язування лінійних рівнянь і таких, що зводяться до лінійних.

12 Розв'язування лінійних нерівностей і систем лінійних нерівностей.

13 Розв'язування систем двох лінійних рівнянь.

ГЕОМЕТРІЯ

1 Властивості рівнобедреного трикутника.

2 Властивості бісектриси кута.

3 Ознаки паралельності прямих.

4 Теорема про суму кутів трикутника.

5 Властивості паралелограма і його діагоналей.

6 Ознаки рівності, подібності трикутників.

7 Властивості прямокутника ромба, квадрата.

8 Коло, вписане трикутник, і коло, описане навколо трикутника.

9 Теорема про кут, вписаний у коло.

10 Властивості дотичної до кола.

11 Теорема Піфагора та наслідки з неї.

12 Значення синуса, косинуса кутів 0° , 30° , 45° , 60° , 90° . Теорема синусів, косинусів. Основні тригонометричні тотожності:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$$

13 Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника.

14 Сума векторів та її властивості.

15 Формули площ паралелограма, трикутника, трапеції. Рівняння кола.

16 Площі поверхонь і об'єми геометричних фігур згідно програми

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ СПІВБЕСІДИ З МАТЕМАТИКИ

Оцінюванню підлягають:

- уміння орієнтуватися в основних математичних поняттях, формулах, теоремах;
- розв'язувати лінійні і квадратичні рівняння, нерівності і системи;
- виконувати перетворення алгебраїчних виразів;
- будувати графіки функції;
- виконувати дії над векторами;

Абітурієнт, який проходить співбесіду, повинен розв'язати чотири завдання (три з алгебри і одне з геометрії). Завдання складені відповідно до програми співбесіди з математики на основі базової загальної середньої освіти.

Кожен варіант роботи складається з трьох частин, які відрізняються за складністю та формою тестових завдань.

У кожній із частин роботи поєднані завдання з алгебри і геометрії. Завдання охоплюють весь курс математики 5-9 класу.

У *першій частині* роботи пропонується 6 завдань з вибором однієї правильної відповіді. Для кожного тестового завдання з вибором відповіді подано чотири варіанти відповіді, з яких тільки один правильний. Завдання з вибором відповіді вважається виконаним правильно, якщо в бланку відповідей указана тільки одна літера, якою позначена правильна відповідь. При цьому абітурієнт не повинен наводити будь-які міркування, що пояснюють його вибір.

Правильне розв'язання кожного завдання цього блоку №№ 1.1—1.6 оцінюється по **одному балу**.

Друга частина роботи складається із двох завдань відкритої форми з короткою відповіддю. Таке завдання вважається виконаним правильно, якщо в бланку відповідей записана правильна відповідь (наприклад, число, вираз, корені рівняння тощо). Усі необхідні обчислення, перетворення тощо абітурієнти виконують на чернетках.

Правильне розв'язання кожного із завдань №№ 2.1-2.2 цього блоку оцінюється по **1,5 бали**.

Третя частина роботи складається з завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю. Завдання третьої частини вважається виконаним правильно, якщо абітурієнт навів розгорнутий запис розв’язування завдання з обґрунтуванням кожного етапу та дав правильну відповідь. Правильне розв’язання завдання оцінюється **3 бали**.

Загальна кількість завдань роботи - 9.

Систему нарахування балів за правильно виконане завдання для оцінювання робіт абітурієнтів наведено у таблиці 1.

Таблиця 1.

Номери завдань	Кількість балів	Усього
1.1-1.6	по 1 балу	6 балів
2.1 -2.2	по 1,5 бали	3 бали
3	3 бали	3 бали
Усього балів		12 балів

Завдання, розв’язання якого не відповідає умові, оцінюють у 0 балів.

Результат вступного іспиту з математики для вступників на основі базової середньої освіти оцінюється згідно таблиці 2 відповідності кількості тестових балів оцінкам за шкалою від 100 до 200 балів.

Мінімальна кількість балів, що дає можливість вважати випробування успішним, повинна становити не менше 100 балів.

Таблиця 2.

Бал	Оцінка 100 - 200
0-1	Не допущено до конкурсу
2	Не допущено до конкурсу
3	Не допущено до конкурсу
4	100
5	112,5
6	125
7	137,5
8	150
9	162,5
10	175
11	187,5
12	200

**РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА З МАТЕМАТИКИ
ДЛЯ ПІДГОТОВКИ ДО ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ**

1. Математика: підручник для 5 кл. загальноосвіт. навч. закл./ Г Мерзляк А.Г., - Х. Гімназія, 2013 – 352 с..
2. Математика: підручник для 5 кл. загальноосвіт. навч. закл./ Н.А. Тарасенкова, О.П.Бочко, - К. Видавничий дім «Освіта», 2013 – 352 с.
3. Алгебра : підручник для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл./ Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, - К. Видавничий дім «Освіта», 2011 – 304 с.
4. Алгебра : підручник для 9кл. загальноосвіт. навч. закл./ Мерзляк А.Г., - Х. Гімназія, 2009 – 320 с.
5. Алгебра: підручник для 9кл. загальноосвіт. навч. закл./ Кравчук В., - Тернопіль. Підручники та посібники, 2009 – 256 с.
6. Алгебра : підручник для 7 – 9 кл. загальноосвіт. навч. закл./ Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, - К. «Освіта», 2001 – 303 с.
7. Практикум з елементарної математики. ч.І //За ред. Рудковського Ю.К.. -Львів: Бикит Біт, 2002

ЗРАЗОК ЗАВДАНЬ ДЛЯ СПІВБЕСІДИ З МАТЕМАТИКИ

Частина перша

Завдання 1.1 – 1.6 мають по чотири варіанта відповіді, з них тільки одна відповідь правильна. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її.

1.1. Які з чисел 2, 5, 8 є коренем рівняння $2x - 3 = 7$?

- А) 2; Б) 5; В) 8; Г) жодного

Розв'язання:

Оскільки $2 \cdot 2 - 3 = 1 \neq 7$; $2 \cdot 5 - 3 = 7$; $2 \cdot 8 - 3 = 13 \neq 7$, то число 5 є коренем рівняння.

Відповідь: Б) 5.

1.2. Подайте добуток $(5x + y) \cdot (y - 5x)$ як многочлен стандартного вигляду.

- А) $25x^2 + y^2$; Б) $25x^2 - y^2$; В) $y^2 - 5x^2$; Г) $y^2 - 25x^2$

Розв'язання

$$(5x + y) \cdot (y - 5x) = (y + 5x)(y - 5x) = -(5x)^2 = y^2 - 25x^2$$

Відповідь: Г).

1.3. $\frac{m^6}{8} : \frac{m^2}{2} = \dots$

- А) $\frac{m^4}{4}$; Б) $4m^4$; В) $\frac{m^3}{4}$; Г) $\frac{m^4}{6}$

Розв'язання

$$\frac{m^6}{8} : \frac{m^2}{2} = \frac{m^6}{8} \cdot \frac{2}{m^2} = \frac{2m^6}{8m^2} = \frac{m^4}{4}$$

Відповідь: А).

1.4. (a_n) - арифметична прогресія, $a_1 = 2$, $a_2 = 7$. Знайдіть a_{21} .

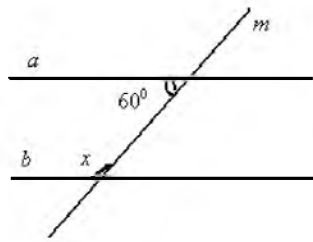
- А) 97; Б) 102; В) 107; Г) інша відповідь

Розв'язання

$$d = a_2 - a_1 = 7 - 2 = 5; a_n = a_1 + d(n - 1); \text{ тому } a_{21} = 2 + 5(21 - 1) = 2 + 100 = 102.$$

Відповідь: Б).

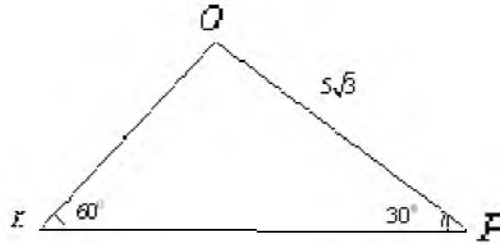
1.5. На рисунку прями a і b – паралельні, m – січна. Знайдіть градусну міру кута x .



- А) 120° ; Б) 90° ; В) 60° ; Г) 30°

Відповідь: А).

1.6. У $\triangle OPR$ $OP = 5\sqrt{3}$, $\angle K = 60^\circ$, $\angle P = 30^\circ$. Знайдіть довжину OK .



- А) $5\sqrt{1,5}$; Б) 5; В) 10; Г) $5\sqrt{2}$

Розв'язання

За теоремою синусів: $\frac{OP}{\sin \angle K} = \frac{OK}{\sin \angle P}$; $\frac{5\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = \frac{OK}{\sin 30^\circ}$; $OK = \frac{5\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 5$

Відповідь: Б).

Частина друга

2.1. На параболі, що є графіком функції $y = x^2 - 2x$, знайдіть точки, для яких сума абсциси та ординати дорівнює 6.

Розв'язання:

Нехай $(x; y)$ - шукана точка, тоді її координати задовольняють умову $x + y = 6$.

Маємо систему $\begin{cases} x + y = 6 \\ y = x^2 - 2x \end{cases}$.

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ y = x^2 - 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 6 - x \\ 6 - x = x^2 - 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 6 - x \\ 6 - x - x^2 + 2x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 6 - x \\ x^2 - x - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y = 6 - x, \\ x_1 = -2; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 8, \\ x_1 = -2; \end{cases} \\ \begin{cases} y = 6 - x, \\ x_2 = 3; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_2 = 3, \\ x_2 = 3; \end{cases}$$

Шукані точки: $(-2; 8)$ і $(3; 3)$.

Відповідь: $(-2; 8)$, $(3; 3)$.

2.2. Вкладник поклав до банку 20000 грн. під 15 % річних. Скільки відсоткових грошей матиме вкладник через два роки?

Розв'язання

За формулою складних відсотків $A_n = A_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ можна обчислити величину через два роки:

$$A_2 = 20000 \left(1 + \frac{15}{100}\right)^2 = 20000 \cdot 1,15^2 = 26450 (\text{грн.})$$

Відсоткові гроші, які матиме вкладник через два роки:

$$26450 - 20000 = 6450 (\text{грн.})$$

Відповідь: 6450 (грн.)

Частина третя

1. Складіть квадратне рівняння, кореня якого на 3 більше за кореня рівняння $x^2 - 2x - 4 = 0$.

Розв'язання:

Нехай x_1 і x_2 - корені даного рівняння. Тоді за теоремою Вієта $x_1 + x_2 = 2$;
 $x_1 \cdot x_2 = -4$.

Нехай x'_1 і x'_2 - корені шуканого рівняння $x^2 + px + q = 0$. За умовою $x'_1 = x_1 + 3$,
 $x'_2 = x_2 + 3$. За теоремою, оберненою до теореми Вієта:

$$p = -(x'_1 + x'_2) = -(x_1 + 3 + x_2 + 3) = -(x_1 + x_2 + 6) = -(2 + 6) = -8;$$

$$q = x'_1 \cdot x'_2 = (x_1 + 3)(x_2 + 3) = x_1 \cdot x_2 + 3x_1 + 3x_2 + 9 = x_1 \cdot x_2 + 3(x_1 + x_2) + 9 = -4 + 3 \cdot 2 + 9 = 11.$$

Отже, $x^2 - 8x + 11 = 0$ - шукане рівняння.

Відповідь: $x^2 - 8x + 11 = 0$.